



Olimpiada de Matematică – etapa locală – Galați
11 februarie 2023

Clasa a 8-a

Problema 1.

1. Fie a, b, c, d numere reale, nenule, cu suma egală cu 0. Dacă $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} = \sqrt{3}$, să se arate că

$$\frac{b+c}{a} + \frac{c+d}{b} + \frac{a+d}{c} + \frac{a+b}{d} > -6.$$

Problema 2. Numerele reale x, y și z verifică egalitatea $x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 2(3x + 2y - 6z) + 18 = 0$.

- a) Arătați că $x < y < z$;
- b) Determinați $\min(x + y + z)$ și $\max(x + y + z)$;
- c) Arătați că $-2x + 3y + z \in [2, 10]$.

Problema 3. a) Pe planul dreptunghiului $ABCD$ cu dimensiunile $AB = 2x$ și $BC = \frac{AB}{2}$, se construiesc de aceeași parte a acestuia perpendicularele $AA_1 = 1\frac{1}{2}BC$, $BB_1 = 2AB$, $CC_1 = \frac{BC}{2}$ și $DD_1 = AB$. Calculați distanța dintre mijloacele segmentelor A_1C_1 și B_1D_1 .

b) Într-o piramidă patrulateră regulată $VABCD$, O este centrul bazei și M mijlocul lui DC . Dacă P este mijlocul muchiei DV și $CP \cap VM = \{S\}$ și $BP \cap VO = \{T\}$, demonstrați că TS este paralelă cu planul (VDA) .

Problema 4. O foaie dreptunghiulară de hârtie $ABCD$, cu $AD = 4\text{ cm}$ și $\angle DCA = 30^\circ$, se îndoaie după diagonala AC , așa încât $(ABC) \perp (ACD)$.

- a) Determinați distanța de la punctul D la dreapta BC .
- b) Aflați lungimea segmentului BD , în figura formată.

GM nr. 6-7-8/2022

Timp de lucru 3 ore

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte